**Übungsaufgaben**

**Produktintegration**

**1) Berechne folgende Integrale.**

a)

b)

c)

d)

**2) Berechne folgende Integrale durch mehrfache Anwendung der Produktintegration.**

a)

b)

**3) Berechne den Flächeninhalt der Fläche, die der Graph der Funktion mit**

**mit der x-Achse einschließt.**

**4) Berechne.**

a)

b)

**Substitution**

**1) Berechne folgende Integrale.**

a)

b)

c)

d)

e)

**2) Die folgenden Integrale lassen sich sowohl durch Integration mit Substitution als auch durch Produktintegration bestimmen. Berechne jedes Integral auf zwei verschiedene Arten.**

a)

b)

c)

**3) Gib verschiedene Funktionen an, bei denen das Integral durch Substitution berechnet werden kann.**

a)

b)

c)

d)

**Bogenlänge einer Kurve**

**1) Gegeben ist die Funktion mit .**

**Berechne die Bogenlänge zwischen den Punkten und .**

**2) Berechne die Bogenlänge des Schaubildes der Funktion mit im Intervall .**

**3) Beim Ballweitwurf erzielt Tom eine ebene Wurfdistanz von 90 m. Die maximale Flughöhe beträgt 28 m. Berechne die Länge der Flugbahn des Balls.**

**(*Hinweis: Die Flugbahn darf als Parabel angenähert werden.)***

**Rotation um die y-Achse**

**1) Das Schaubild der Funktion f mit schließt im Intervall I mit der x-Achse eine Fläche ein. Bei der Rotation der Fläche um die y-Achse entsteht ein Rotationskörper.**

**Berechne dessen Volumen.**

**2) Eine Obstschale hat ein parabelförmiges Profil mit einer Höhe von 30 cm sowie einem Durchmesser von 30 cm.**

**a) Bestimme die Gleichung der zugehörigen Parabel.**

**b) Berechne das Volumen der Obstschale.**

**3) Das Schaubild der Funktion f mit sowie die y-Achse und die Geraden mit den Gleichungen sowie begrenzen eine um die y-Achse rotierende Fläche.**

**a) Skizziere den beschriebenen Sachverhalt.**

**b) Berechne das Volumen des Rotationskörpers.**

**4) Die Schaubilder der Funktionen f und g mit und begrenzen im positiven x-Bereich eine Fläche, die um die y-Achse rotieren soll.**

**a) Skizziere den beschriebenen Sachverhalt.**

**b) Berechne deren Flächeninhalt.**

**Lösungen zu Übungsaufgaben**

**Produktintegration**

**1)**

a)

b)

c)

d)

**2)**

a)

b)

**3)** Schnittstellen mit der x-Achse: ,

**4)**

a)

b)

**Substitution**

**1)**

a)

Substitution:

Rücksubstitution:

b) :

Substitution:

Rücksubstitution:

c)

Substitution:

Rücksubstitution:

d) :

Substitution:

Rücksubstitution:

e)

1. Integral:

2. Integral: Substitution:

Rücksubstitution:

**2)**

a) :

Produktregel:

Substitution:

Rücksubstitution:

b)

Produktregel:

Substitution:

Rücksubstitution:

c)

Produktregel:

Substitution:

Rücksubstitution:

**3)** jeweils richtig begründete Möglichkeiten

**Bogenlänge einer Kurve**

**1)**

Substitution:

Rücksubstitution:

**2)**

Aufgrund der y-Achsensymmetrie lässt sich das Integral folgendermaßen umschreiben:

**3)** Länge des Wurfes ≙ Schnittstellen mit der x-Achse

Maximale Flughöhe 28 m Scheitel

Gegebene Punkte führen auf die Parabelgleichung p:

;

Aufgrund der y-Achsensymmetrie lässt sich das Integral folgendermaßen bestimmen:

**Rotation um die y-Achse**

**1)** : Neue Integrationsgrenzen: ;

Bildung der Umkehrfunktion : Umstellen der Funktionsgleichung nach x führt auf:

**2)** a) Ansatz für die Parabel:

30 cm Höhe und 30 cm Durchmesser führen auf den Punkt

b) Bildung der Umkehrfunktion

**3)** a) Skizze:

-3

-2

-1

1

2

3

5

10

x

y

O

b) Bildung der Umkehrfunktion

**4)** a) Skizze:

-2

-1

1

2

1

2

3

4

x

y

O

b) Schnittpunkte von f und g:

Bildung der Umkehrfunktionen und :

;